



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки  
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

ФИПИ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
обучающимся  
по организации самостоятельной  
подготовки к ЕГЭ 2022 года**

**МАТЕМАТИКА**

**Профильный уровень**

Москва, 2022

Авторы-составители: И.В. Ященко, А.В. Семенов, И.Р. Высоцкий, М.А. Черняева

Методические рекомендации предназначены для обучающихся 11-х классов, планирующих сдавать ЕГЭ 2022 г. по математике профильного уровня. Методические рекомендации содержат советы разработчиков контрольных измерительных материалов ЕГЭ и полезную информацию для организации индивидуальной подготовки к ЕГЭ. В рекомендациях указаны темы, на освоение/повторение которых целесообразно обратить особое внимание. Рассмотрены новые типы заданий, включённых в контрольные измерительные материалы ЕГЭ 2022 г., и даны рекомендации по их выполнению. Также приведены тренировочные задания новых типов и ответы на них.

## **Содержание**

Рекомендации по выполнению заданий экзаменационной работы.....	4
Новые линии заданий.....	13
Тренировочные задания.....	17
Задания линии 9 .....	17
Задания линии 10 .....	19
Ответы к тренировочным заданиям.....	20

## **Дорогие друзья!**

Скоро Вам предстоит сдать единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике профильного уровня. Ваша основная задача – получить возможность поступить в выбранный Вами вуз благодаря хорошей математической подготовке. Подготовка будет эффективной, если Вы будете систематически заниматься. Данные рекомендации помогут Вам в подготовке к экзамену.

КИМ ЕГЭ 2022 г. по математике профильного уровня состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий, среди которых две новые линии заданий. Остальные линии заданий преемственны по отношению к предыдущей экзаменационной модели. Отметим особенности заданий, требующие повышенного внимания при подготовке к экзамену.

### **Рекомендации по выполнению заданий экзаменационной работы**

Часть 1 содержит 6 заданий с кратким ответом базового уровня сложности и 5 заданий с кратким ответом повышенного уровня сложности, в которых ответ необходимо записать в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Они проверяют вычислительные и логические умения и практические навыки применения математических знаний в повседневных ситуациях, в том числе умения использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В часть 1 работы включены задания по всем основным разделам курса математики: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

Среди заданий базового уровня традиционно вызывают затруднения задания **линии 1** на решение иррациональных, показательных, логарифмических уравнений.

#### *Пример 1*

Найдите корень уравнения  $3^{x+2} = 81$ .

*Ответ:* 2.

Как правило, ошибки связаны с действиями со степенями, с представлением числа в виде степени, решением линейных и квадратных уравнений, вычислениями. Поэтому необходимо обратить внимание на математическую подготовку и проверять правильность преобразований и вычислений даже в простых заданиях. Найденный корень целесообразно проверить подстановкой в уравнение.

Среди заданий базового уровня традиционно вызывают затруднения задания **линии 4** на нахождение значений иррациональных, тригонометрических, показательных, логарифмических выражений. Ниже приведены примеры заданий, вызывающих трудности на экзамене.

#### *Пример 2*

Найдите значение выражения  $\frac{\log_8 81}{\log_8 3}$ .

*Ответ:* 4.

Задание проверяет сформированность умения применять свойства логарифма при нахождении значения логарифмического выражения. Типичная ошибка – «сокращение логарифмов», обусловленная недостаточностью практики работы с логарифмами. Часто при выполнении этого задания выпускники действовали наугад.

*Пример 3*

Найдите значение выражения  $\frac{8 \sin 94^\circ}{\sin 47^\circ \cdot \sin 43^\circ}$ .

*Ответ:* 16.

Задание проверяет сформированность умения применять свойства тригонометрических функций – формулы приведения, основное тригонометрическое тождество, формулы двойного аргумента. Типичной ошибкой при выполнении таких заданий является ошибка в применении формул, в частности «потеря» множителя 2 в формуле синуса удвоенного аргумента.

Существенные затруднения вызывают задания, связанные с вычислением по формуле. Задания **линии 7** проверяют сформированность умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Пример такого задания приведён ниже.

*Пример 4*

В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой  $R_1 = 54$  Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого –  $R_2$  (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  их общее сопротивление  $R$  вычисляется по формуле  $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 36 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

*Ответ:* 108.

Для выполнения этого задания нужно уметь выразить одну из величин через другие, когда все величины связаны известной формулой, т.е. требуется решить простейшее уравнение или неравенство. Затруднения у выпускников возникают на стадии чтения условия задачи или при подстановке данных в формулу. Часть выпускников не справляется с вычислениями.

Приведём примеры заданий **линии 8** на проверку сформированности умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

*Пример 5*

На изготовление 384 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 480 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

*Ответ:* 24.

### Пример 6

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 128 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью, на 8 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 8 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

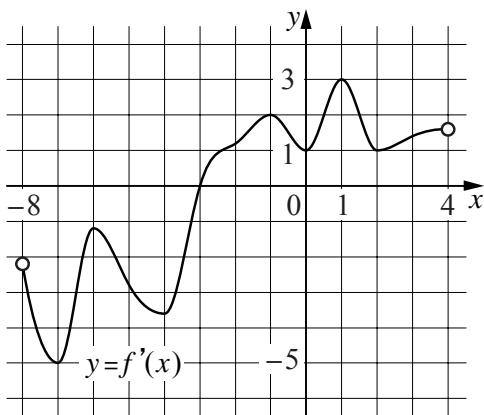
Ответ: 16.

Для решения задачи нужно уметь составлять уравнение по условию задачи, решать уравнение и верно интерпретировать результаты его решения. Неверный ответ в таких задачах обычно является ответом на другой вопрос: в примере 5 массовым неверным ответом являлась производительность труда второго рабочего, а в примере 6 – скорость из А в В. Обязательно следует проверять полученный ответ в задаче «на здравый смысл». В примере 6 нужно вычислить скорость, которая на 8 км/ч выше вчерашней; ответ 8 неверен, потому что это означало бы, что вчера велосипедист ехал со скоростью 0 км/ч.

Задания линий 6 и 11 проверяют умения применять производную к исследованию функции. Здесь важно знать геометрический смысл производной функции в точке, правила нахождения производных и производные элементарных функций, а также уметь определить связь между характером монотонности функции и знаком её производной, по графику производной функции охарактеризовать свойства самой функции. Ниже приведены примеры заданий, вызывающих трудности на экзамене.

### Пример 7

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-8; 4)$ . В какой точке отрезка  $[-7; -4]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?

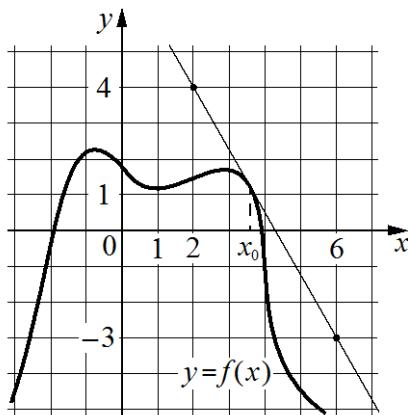


Ответ:  $-4$ .

Проблемы у выпускников возникают из-за невнимательного чтения условия задачи и непонимания связи свойств функции с её производной. Типичным неверным ответом является число  $-7$ . Получение неверного ответа связано с тем, что выпускники путали график функции с графиком её производной.

*Пример 8*

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



*Ответ:*  $-1,75$ .

Типичный неверный ответ —  $1,75$ , «потерян» минус. Такая ошибка возникает у тех, кто механически воспроизводит алгоритм поиска производной с помощью прямоугольного треугольника, но не обращает внимания на направление касательной. При выполнении таких заданий нужно разбить решение задачи на два этапа: первый этап — определение знака; второй этап — определение модуля производной.

Линия заданий 11 проверяет сформированность умения пользоваться математическим анализом и свойствами производной для исследования функции. Ниже приведены примеры заданий, вызывающих трудности на экзамене.

*Пример 9*

Найдите точку максимума функции  $y = 7 \cdot \ln(x-9) - 7x + 2$ .

*Ответ:* 10.

*Пример 10*

Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 147x + 19$ .

*Ответ:* 7.

При нахождении точки максимума функции нужно найти производную функции, приравняв производную к нулю, решить простейшее дробное рациональное (в примере 9), квадратное (в примере 10) уравнения, продолжить исследование, чтобы найти точку максимума.

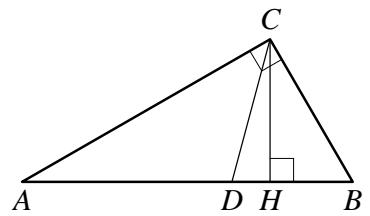
**Задания линий 3 и 5** проверяют умение решать геометрические задачи, наиболее трудные для выпускников. Рассмотрим несколько примеров геометрических задач.

*Пример 11*

Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $75^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и биссектрисой  $CD$ , проведенными из вершины прямого угла  $C$ . Ответ дайте в градусах.

*Ответ:* 30.

Распространённый неверный ответ —  $15^\circ$ , его дали участники, которые вписали в поле ответа промежуточный результат или по какой-то причине решили, что искомый угол равен углу  $A$ .

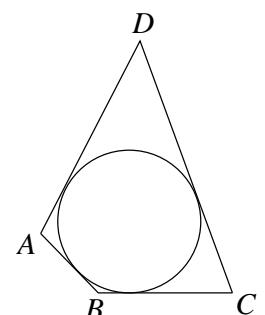


*Пример 12*

В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 8$ ,  $BC = 10$  и  $CD = 37$ . Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.

*Ответ:* 35.

Неправильный ответ 29 мог получиться как разность известных противоположных сторон:  $37 - 8$ . В подобных геометрических заданиях базового уровня не следует полагаться на очевидность. Начинать решение нужно с формулирования утверждения «Если в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы длин противоположных сторон равны», а затем надо выписать соотношение в том виде, в котором оно повторяет геометрический факт:  $AD + BC = AB + CD$ . В таком случае запись способствует выработке понимания геометрического факта и его запоминания.

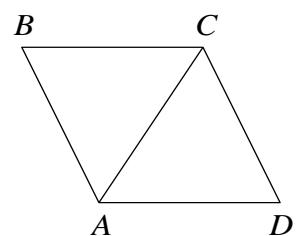


*Пример 13*

В ромбе  $ABCD$  угол  $CDA$  равен  $78^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.

*Ответ:* 51.

Рисунок в геометрической задаче нужно воспринимать как изображение взаимного расположения элементов, но нельзя относиться к нему как к чертежу, где соблюдаены все размеры.



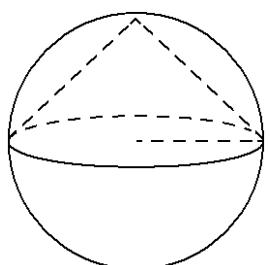
При подготовке к экзамену можно самим сделать рисунок к задаче и уже с использованием этого рисунка решать задачу. Работа с новым рисунком позволит исключить ошибку, связанную с невнимательностью или приписыванием данной фигуре несуществующего свойства, например что треугольник  $ABC$  равносторонний.

*Пример 14*

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 24. Найдите объём шара.

*Ответ:* 96.

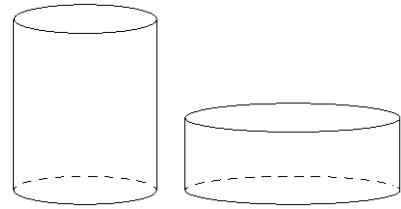
Распространённая ошибка связана с использованием коэффициента в формуле объёма конуса без понимания стереометрической конфигурации.



### *Пример 15*

Даны два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 16. У второго цилиндра высота в 4 раза меньше, а радиус основания в 3 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.

*Ответ:* 36.



Распространённая ошибка связана с решением задачи на наглядно-интуитивных представлениях: «в 4 раза меньше, значит, объём в 4 раза меньше», «в 3 раза больше, значит, объём в 3 раза больше» – без использования формулы объёма цилиндра.

Задания линий **2** и **10** проверяют сформированность умения находить вероятность события. Ниже приведён пример задания 2 базового уровня. Линия заданий 10 повышенного уровня является новой. Примеры таких заданий будут даны в другом разделе.

### *Пример 16*

В сборнике билетов по физике 20 билетов, в двух из них встречается вопрос по теме «Термодинамика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Термодинамика».

*Ответ:* 0,9.

Типичная ошибка связана с невнимательным чтением условия. Вместо того чтобы найти вероятность «не достанется вопрос», найдена вероятность противоположного события «достанется вопрос».

### *Пример 17*

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 22 из Японии, 13 из Китая, остальные из Кореи. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Кореи.

*Ответ:* 0,3.

При решении задач на поиск вероятности в опытах с равновозможными исходами распространённой ошибкой является то, что выпускники пытаются использовать в вычислениях порядковый номер выступления спортсменки.

В части 2 КИМ предлагается 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности. Используя демонстрационный вариант, необходимо изучить критерии оценивания этих заданий, особенно требования к полному верному ответу.

Задания линий **12**, **14** и **15** относятся к алгебраическим заданиям с развёрнутым ответом повышенного уровня сложности.

В заданиях линии 12 нужно решить тригонометрическое, или логарифмическое, или показательное уравнение и отобрать корни, принадлежащие числовому отрезку.

### *Пример 18*

а) Решите уравнение  $2\sin^3 x + \sqrt{2} \cos 2x + \sin x = \sqrt{2}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$ .

*Ответ:* а)  $\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{3\pi}{4} + 2\pi m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{13\pi}{4}; -3\pi; -2\pi$ .

Большинство выпускников, приступающих к решению этой задачи, верно выполняет преобразования с использованием функций удвоенного аргумента, формул приведения, реже – формул суммы или разности тригонометрических функций, без которых, кстати, всегда можно обойтись. В результате всех преобразований уравнение приводится к совокупности простейших тригонометрических уравнений.

Отбор корней с помощью числовой окружности не представляет трудностей, если участник понимает, где на окружности находятся найденные им серии решений и отрезок (дуга), на котором лежат корни. При отборе корней с помощью тригонометрической окружности на ней должны быть: начало и конец дуги (отмечены и подписаны на окружности); выделение (любым способом) рассматриваемой дуги; корни (отмечены и подписаны на окружности), принадлежащие этой дуге, при этом на дуге могут быть отмечены дополнительные точки, принадлежащие данной дуге.

В заданиях линии 14 нужно решить рациональное, логарифмическое или показательное неравенства.

#### *Пример 19*

Решите неравенство  $(25^x - 4 \cdot 5^x)^2 + 8 \cdot 5^x < 2 \cdot 25^x + 15$ .

*Ответ:*  $(-\infty; 0) \cup (\log_5 3; 1)$ .

Трудности при решении этой задачи возникали у тех, кто не увидел подходящую замену переменных для разложения на множители. При решении неравенств такого типа у выпускников возникли трудности не с решением показательных неравенств, а с решением алгебраического неравенства и выполнением алгоритма метода интервалов.

Задания линии 15 проверяют сформированность умения использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Для выполнения этих заданий нужно уметь решать текстовую задачу с экономическим содержанием.

#### *Пример 20*

15 января 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й (с февраля по ноябрь 2025 года включительно) долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15 ноября 2025 года долг составит 400 тысяч рублей;
- 15 декабря 2025 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

*Ответ:* 1288 тысяч рублей.

Основной сложностью в данной задаче является перевод условия на математический язык. Участники экзамена, которые аккуратно разобрались в условии, как правило, верно составляли арифметическую модель последовательности платежей и выясняли, что она является арифметической прогрессией. Далее важно избежать вычислительных ошибок.

**Задания линий 13 и 16** относятся к геометрическим заданиям с развёрнутым ответом повышенного уровня сложности. Эти задания верно решают в основном те, кто претендует на высокий балл.

Задание 13 проверяет сформированность наглядных представлений об изученных стереометрических фигурах, а также умения строить сечения, проводить доказательства, пользуясь изученными фактами о взаимном расположении прямых и плоскостей, находить геометрические величины, пользуясь теоремами об объёмах и площадях поверхности геометрических тел.

*Пример 21*

В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $AD$  равна 14, высота  $SH$  равна 24. Точка  $K$  — середина бокового ребра  $SD$ , а точка  $N$  — середина ребра  $CD$ . Плоскость  $AKB$  пересекает боковое ребро  $SC$  в точке  $P$ .

- Докажите, что прямая  $KP$  пересекает отрезок  $SN$  в его середине.
- Найдите расстояние от точки  $P$  до плоскости  $SAB$ .

*Ответ:* б) 6,72.

Задание разбито на два пункта. Первый пункт считается выполненным, если приведено верное доказательство. Второй пункт считается выполненным, если обоснованно получен верный ответ. Важно отметить, что при выполнении данного задания можно использовать утверждение пункта *a* при выполнении пункта *b*.

Задание 16 — планиметрическая задача, проверяющая умения пользоваться изученными геометрическими фактами и теоремами, исследовать геометрические конфигурации на плоскости.

*Пример 22*

Трапеция  $ABCD$  с большим основанием  $AD$  и высотой  $BH$  вписана в окружность. Прямая  $BH$  вторично пересекает эту окружность в точке  $K$ .

- Докажите, что прямые  $AC$  и  $AK$  перпендикулярны.
- Прямые  $CK$  и  $AD$  пересекаются в точке  $L$ . Найдите  $AD$ , если радиус окружности равен 12,  $\angle BAC = 30^\circ$ , а площадь четырёхугольника  $BCNL$  в 8 раз больше площади треугольника  $KNH$ .

*Ответ:* б)  $4\sqrt{33}$ .

Планиметрические задачи традиционно входили в состав вступительных испытаний технических и математических специальностей вузов. Первый пункт считается выполненным, если приведено верное доказательство. Второй пункт считается выполненным, если обоснованно получен верный ответ. Важно отметить, что при выполнении данного задания можно использовать утверждение пункта *a* при выполнении пункта *b*.

Задания линий **17** и **18** относятся к алгебраическим заданиям с развёрнутым ответом высокого уровня сложности.

Задания линии 17 проверяют сформированность умений применять математические знания, исследовать уравнения и функции, их графики и взаимное расположение алгебраически заданных кривых.

*Пример 23*

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x^2 - a^2| = |x + a| \cdot \sqrt{x + a^2 - 2a}$  имеет ровно два различных корня.

*Ответ:*  $a = -1; 0 \leq a < \frac{1}{2}; \frac{1}{2} < a < 3$ .

Задача даёт возможность участнику экзамена, претендующему на поступление в вуз с высокими требованиями к уровню математической подготовки, показать умение верно проводить рассуждения, проверки, преобразования. Поэтому за задачу берутся в основном выпускники с высоким уровнем подготовки. Навыки, необходимые для верного выполнения данного задания, формируются на протяжении многих лет обучения математике.

Задания линии 18 проверяют способность находить пути решения, комбинируя известные методы и алгоритмы. Особенность состоит в том, что практически все задания этой линии апеллируют к целочисленной арифметике, причём к фактам, известным из курса математики 5–7 классов.

*Пример 24*

Отношение трёхзначного натурального числа к сумме его цифр — целое число.

а) Может ли это отношение быть равным 34?

б) Может ли это отношение быть равным 84?

в) Какое наименьшее значение может принимать это отношение, если первая цифра трёхзначного числа равна 4?

*Ответ:* а) да; б) нет; в) 26.

Задача имеет исследовательский характер, требуя подчас проверки подтверждения или опровержения гипотез. Верное выполнения всего задания даёт возможность продемонстрировать готовность к продолжению образования в ведущих вузах. При этом первый пункт задачи имеет конструктивный характер и доступен многим участникам экзамена. Важно, что для выполнения первого пункта не требуется специальных знаний – достаточно сообразительности и терпения, чтобы обнаружить нужную математическую конструкцию. На экзамене по математике разрешается пользоваться только теми справочными материалами, которые находятся в работе (пять тригонометрических формул сразу после инструкции по выполнению работы). При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой. Калькулятор на экзамене не используется.

Описание новых линий заданий КИМ ЕГЭ–2022 и рекомендации по их выполнению приведены ниже.

## Новые линии заданий

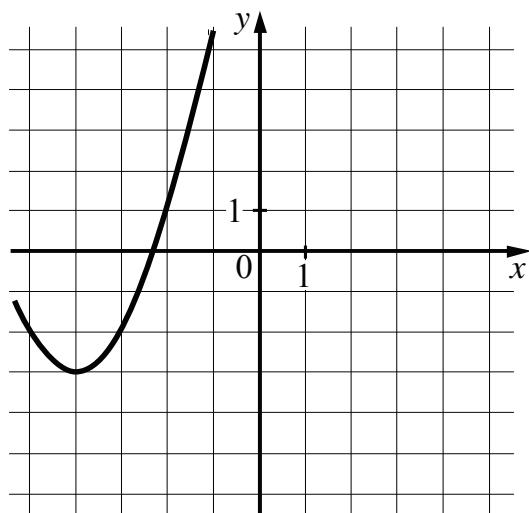
В КИМ ЕГЭ–2022 предлагается две новые линии заданий (9 и 10).

**Линия 9** – задания повышенного уровня сложности с кратким ответом интегрированного характера, для выполнения которых необходимо привлекать знания из разных разделов курса математики: элементарные функции; решение линейных, квадратных, иррациональных, рациональных, логарифмических, показательных уравнений и их систем. Ниже приведены три примера заданий линии 9.

*Пример 25*

**9**

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  целые. Найдите значение  $f(-12)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

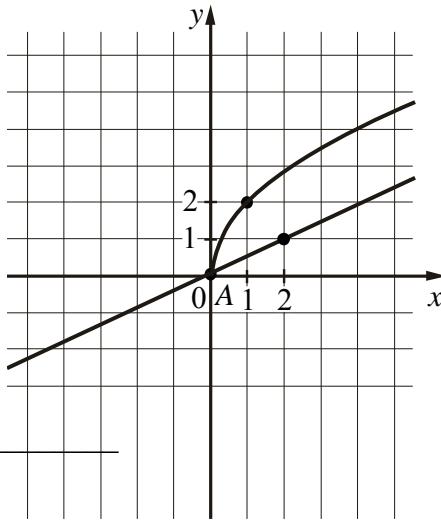
*Решение.*

График функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$  проходит через точки  $(-4; -3)$ ,  $(-3; -2)$ ,  $(-2; 1)$ , следовательно,  $16a - 4b + c = -3$ ,  $9a - 3b + c = -2$ ,  $4a - 2b + c = 1$ . Решив систему уравнений, получаем:  $a = 1$ ,  $b = 8$ ,  $c = 13$ , т.е.  $f(x) = x^2 + 8x + 13$ , тогда  $f(-12) = (-12)^2 + 8 \cdot (-12) + 13 = 61$ .

*Ответ:* 61.

**9****Пример 26**

На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

*Решение.*

График функции  $f(x) = a\sqrt{x}$  проходит через точку  $(1; 2)$ , следовательно,  $a\sqrt{1} = 2$ , откуда получаем:  $a = 2$ , т.е.  $f(x) = 2\sqrt{x}$ .

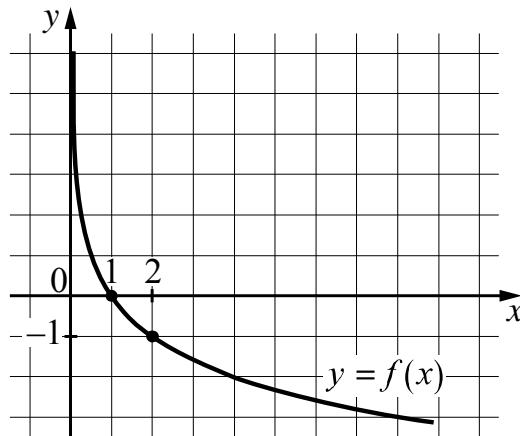
График функции  $g(x) = kx$  проходит через точку  $(2; 1)$ , следовательно,  $k \cdot 2 = 1$ , откуда получаем:  $k = \frac{1}{2}$ , т.е.  $g(x) = \frac{1}{2}x$ .

Найдём координаты точек пересечений, решив уравнение  $f(x) = g(x)$ :  $2\sqrt{x} = \frac{1}{2}x$ , откуда  $x = 0$  или  $x = 16$ . Учитывая, что  $A(0; 0)$ , получаем, что  $B(16; 8)$ .

*Ответ:* 16.

**Пример 27****9**

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \log_a x$ . Найдите значение  $f(32)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

*Решение.*

График функции  $f(x) = \log_a x$  проходит через точку  $(2; -1)$ , следовательно,  $\log_a 2 = -1$ , откуда  $a = \frac{1}{2}$ , т.е.  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ , тогда  $f(32) = \log_{\frac{1}{2}} 32 = -5$ .

*Ответ:* -5.

**Линия 10** – задания повышенного уровня сложности с кратким ответом по курсу «Теория вероятностей и статистика». Ниже приведены три примера заданий линии 10.

**Пример 28**

**10**  
В торговом центре два одинаковых автомата продают чай. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится чай, равна 0,2. Вероятность того, что в то же время чай закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что чай закончится одновременно в обоих автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня чай останется и в первом, и во втором автомате.

Ответ: \_\_\_\_\_

*Решение.*

Обозначим события  $A = \{\text{чай закончится в первом автомате}\}$  и  $B = \{\text{чай закончится во втором автомате}\}$ ; по условию,  $P(A) = P(B) = 0,2$ ,  $P(A \cap B) = 0,18$ . Нужно найти вероятность события  $\overline{A} \cap \overline{B}$ , т.е.  $\overline{A \cup B}$ .

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B), \text{ откуда } P(A \cup B) = 0,2 + 0,2 - 0,18 = 0,22.$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B), P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,22 = 0,78.$$

Ответ: 0,78.

**Пример 29**

**10**  
Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Ответ: \_\_\_\_\_

*Решение.*

Серия из четырёх испытаний Бернулли.

$$\text{Событие } Y = \{\text{стрелок попал в мишень}\}, P(Y) = 0,6.$$

$$\text{Событие } H = \{\text{стрелок не попал в мишень}\}, P(H) = 1 - P(Y) = 0,4.$$

$$\text{Событие } A = \{YUHN\} \text{ имеет вероятность } P(A) = 0,6^2 \cdot 0,4^2 = 0,0576.$$

Ответ: 0,0576.

**10**

*Пример 30*

Игральную кость бросили дважды. Известно, что пять очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков равна 7».

Ответ: \_\_\_\_\_

*Решение.*

Составим таблицу эксперимента.

		2-я	1	2	3	4	5	6
1-я								
1		✗	✗	✗	✗			✗
2		✗	✗	✗	✗		✓	✗
3		✗	✗	✗	✗	✓		✗
4		✗	✗	✗	✓	✗		✗
5			✓					
6		✓	✗	✗	✗	✗		✗

Событие  $B = \{5 \text{ очков не выпало ни разу}\}$ ,  $N(B) = 25$ .

Событие  $A = \{\text{сумма очков равна } 7\}$ ,  $N(A/B) = 4$ .

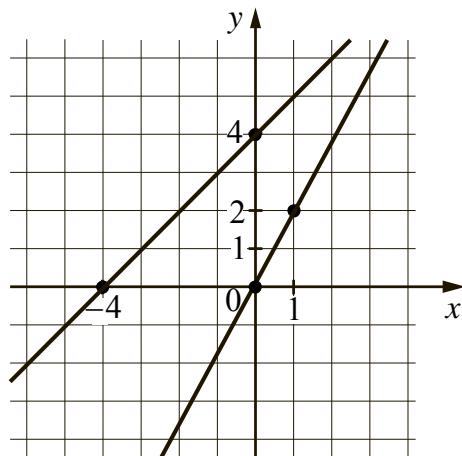
$$P(A/B) = \frac{N(A/B)}{N(B)} = \frac{4}{25} = 0,16.$$

Ответ: 0,16.

## Тренировочные задания

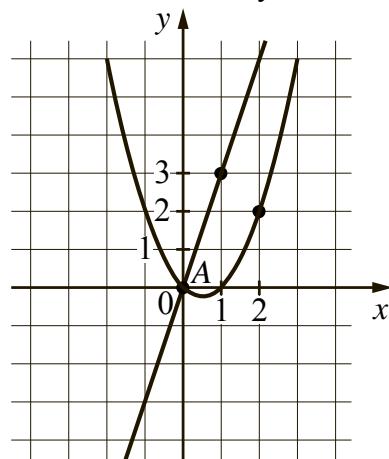
### Задания линии 9

1. На рисунке изображены графики двух линейных функций, пересекающиеся в точке  $A$ . Найдите абсциссу точки  $A$ .



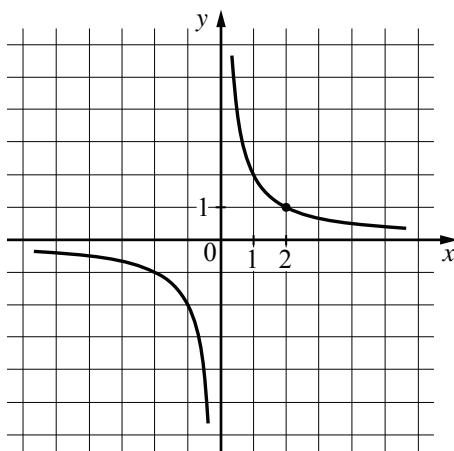
Ответ: \_\_\_\_\_

2. На рисунке изображены графики функций видов  $f(x)=ax^2+bx+c$  и  $g(x)=kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



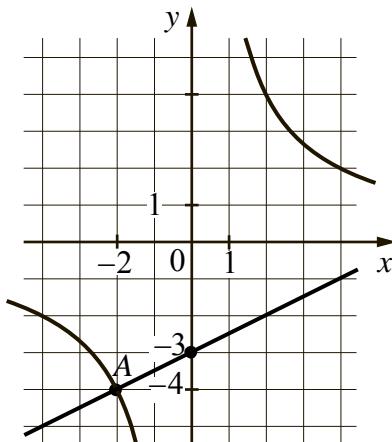
Ответ: \_\_\_\_\_

3. На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .



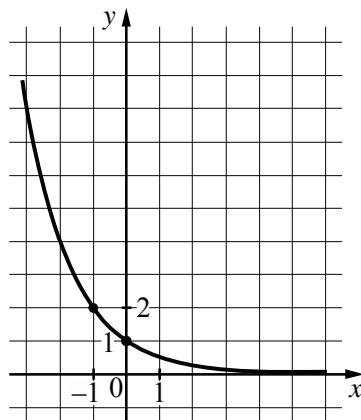
Ответ: \_\_\_\_\_

4. На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

5. На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(-4)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

## **Задания линии 10**

**1.** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,05. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: \_\_\_\_\_

**2.** После выпечки буханки производится её контрольное взвешивание. Известно: вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0,96; вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0,82. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ: \_\_\_\_\_

**3.** Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,4 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не меньше 0,7?

Ответ: \_\_\_\_\_

**4.** Игровую кость бросили 2 раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 9».

Ответ: \_\_\_\_\_

**5.** В коробке двенадцать синих, шесть красных и семь зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: \_\_\_\_\_

## **Ответы к тренировочным заданиям**

### **Задания линии 9**

<b>Номер задания</b>	<b>Ответ</b>
1	4
2	4
3	0,2
4	8
5	16

### **Задания линии 10**

<b>Номер задания</b>	<b>Ответ</b>
1	0,059
2	0,78
3	3
4	0,08
5	0,24